

Управління освіти і науки Чернігівської облдержадміністрації
Чернігівський обласний інститут післядипломної педагогічної освіти
Завдання другого етапу Всеукраїнської олімпіади з математики
2016-2017 н.р.
6 клас

1. Корабель відпливає в плавання в понеділок о 12^{00} . Плавання буде тривати 100 годин. Назвіть день та час повернення корабля в порт.
2. Як відміряти 15 хвилин за допомогою двох пісочних годинників на 7 хвилин і на 11 хвилин?
3. Розріжте клітчастий прямокутник розмірами 9×10 клітинок на декілька квадратів так, щоб серед них було рівно два квадрати з непарною стороною. Розрізи повинні йти по сторонах клітинок.
4. В ювелірній фірмі є два кільця вартістю 10 та 30 гульденів та 4 коштовних камені вартістю 60, 70, 80 та 90 гульденів. Фірма може виготовляти персні, на виготовлення кожного з яких потрібно кільце та два коштовні камені. Ціна такого персня дорівнює добутку цін потрібних компонентів. Чи зможе клієнт замовити два персні, якщо в нього всього 200000 гульденів?
5. Розглядається деяка множина сороканіжок та триголових драконів. У них разом 26 голів та 298 ніг. У кожній сороканіжці одна голова. Скільки ніг у триголового дракона?

На виконання роботи відводиться 3 години.

Кожна задача оцінюється в 7 балів.

Використання калькуляторів та інших електронних засобів заборонено.

Управління освіти і науки Чернігівської облдержадміністрації
Чернігівський обласний інститут післядипломної педагогічної освіти
Завдання другого етапу Всеукраїнської олімпіади з математики
2016-2017 н.р.
7 клас

1. В ювелірній фірмі є два кільця вартістю 10 та 30 гульденів та 4 коштовних камені вартістю 60, 70, 80 та 90 гульденів. Фірма може виготовляти персні, на виготовлення кожного з яких потрібно кільце та два коштовні камені. Ціна такого персня дорівнює добутку цін потрібних компонентів. Чи зможе клієнт замовити два персні, якщо в нього всього 200000 гульденів?
2. В перший рядок таблиці дозволяється вписати натуральні числа від 1 до 5, в другий – теж числа від 1 до 5, в третій – числа від 3 до 7, в четвертий – теж від 3 до 7, в п'ятий – від 4 до 8. Як потрібно вписувати числа, щоб суми чисел в усіх стовпчиках таблиці виявились однаковими? Наведіть приклад.
3. Відновити цифри, які замінено буквами: $\overline{2ab1} = \overline{c2d} \cdot 13$.
4. Маємо 4 кавуни, серед яких немає двох однієї ваги. Як за 4 зважування на шалькових терезах без гир знайти два самих важких кавуни?
5. Розглядається деяка множина сороканіжок та триголових драконів. У них разом 26 голів та 298 ніг. У кожній сороканіжці одна голова. Скільки ніг у триголового дракона?

На виконання роботи відводиться 3 години.

Кожна задача оцінюється в 7 балів.

Використання калькуляторів та інших електронних засобів заборонено.

Управління освіти і науки Чернігівської облдержадміністрації
Чернігівський обласний інститут післядипломної педагогічної освіти
Завдання другого етапу Всеукраїнської олімпіади з математики
2016-2017 н.р.
8 клас

1. В перший рядок таблиці дозволяється вписати натуральні числа від 1 до 5, в другий – теж числа від 1 до 5, в третій – числа від 3 до 7, в четвертий – теж від 3 до 7, в п'ятий – від 4 до 8. Як потрібно вписувати числа, щоб суми чисел в усіх стовпчиках таблиці виявились однаковими? Наведіть приклад.
2. Відновити цифри, які замінено буквами: $\overline{2ab1} : 13 = \overline{c2d}$.
3. В сидячому вагоні поїзда стоять тримісні дивани для пасажирів: 20 рядів по 2 дивани. Костя помітив, що на кожному ряду сидить 3 або 5 людей. Потім Костя порахував на скількох диванах сидить 3 людини і на скількох – одна людина. Знайдіть суму чисел, які порахував Костя.
4. На міжпланетний фестиваль прибули зелені та сині чоловічки. Разом їх було 107. Зелені чоловічки правильно сприймають кольори, а синім, на жаль, зелений здається синім, і навпаки. Подивившись навкруги, кожен учасник фестивалю підійшов до кого-небудь, сказав "Який ви синій!" і подарував кактус. Доведіть, що хоча б один учасник фестивалю не отримав такого подарунку.
5. Точка B є серединою відрізка AC . Квадрат $ABDE$ і рівносторонній трикутник BCF розташовані в одній півплощині відносно прямої AC . Знайдіть величину кута між прямими CD і AF .

На виконання роботи відводиться 3 години.

Кожна задача оцінюється в 7 балів.

Використання калькуляторів та інших електронних засобів заборонено.

Управління освіти і науки Чернігівської облдержадміністрації
Чернігівський обласний інститут післядипломної педагогічної освіти
Завдання другого етапу Всеукраїнської олімпіади з математики
2016-2017 н.р.
9 клас

1. Відновити цифри, які замінено буквами: $\overline{2ab1} : 13 = \overline{c2d}$.
2. В сидячому вагоні поїзда стоять тримісні дивани для пасажирів: 20 рядів по 2 дивани. Костя помітив, що на кожному ряду сидить 3 або 5 людей. Потім Костя порахував на скількох диванах сидить 3 людини і на скількох – одна людина. Знайдіть суму чисел, які порахував Костя.
3. Розв'язати рівняння: $2x^2 + 2xy + y^2 + |z| + 4 = 4x$.
4. Клітинки дошки 7×7 пофарбовані в шаховому порядку в жовтий та блакитний колір так, що кути пофарбовані в жовтий колір. Дозволяється перефарбовувати в протилежний колір довільні дві сусідні по стороні клітинки. Чи можна за допомогою таких операцій перефарбувати всю дошку в блакитний колір?
5. Точка B є серединою відрізка AC . Квадрат $ABDE$ і рівносторонній трикутник BCF розташовані в одній півплощині відносно прямої AC . Знайдіть величину кута між прямими CD і AF .

На виконання роботи відводиться 4 години.

Кожна задача оцінюється в 7 балів.

Використання калькуляторів та інших електронних засобів заборонено.

Управління освіти і науки Чернігівської облдержадміністрації
Чернігівський обласний інститут післядипломної педагогічної освіти
Завдання другого етапу Всеукраїнської олімпіади з математики
2016-2017 н.р.
10 клас

1. Розв'язати рівняння: $(x^2 - 4)\sqrt{x+1} = 0$.
2. В сидячому вагоні поїзда стоять тримісні дивани для пасажирів: 20 рядів по 2 дивани. Костя помітив, що на кожному ряду сидить 3 або 5 людей. Потім Костя порахував на скількох диванах сидить 3 людини і на скількох – одна людина. Знайдіть суму чисел, які порахував Костя.
3. Довести, що для всіх $a > 0, b > 0, c > 0$ виконується нерівність:
$$\frac{a+b}{a^2+b^2} + \frac{b+c}{b^2+c^2} + \frac{a+c}{a^2+c^2} \leq \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}.$$
4. Точка B є серединою відрізка AC . Квадрат $ABDE$ і рівносторонній трикутник BCF розташовані в одній півплощині відносно прямої AC . Знайдіть величину кута між прямими CD і AF .
5. Клітинки дошки 7×7 пофарбовані в шаховому порядку в жовтий та блакитний колір так, що кути пофарбовані в жовтий колір. Дозволяється перефарбовувати в протилежний колір довільні дві сусідні по стороні клітинки. Чи можна за допомогою таких операцій перефарбувати всю дошку в блакитний колір?

На виконання роботи відводиться 4 години.

Кожна задача оцінюється в 7 балів.

Використання калькуляторів та інших електронних засобів заборонено.

Управління освіти і науки Чернігівської облдержадміністрації
Чернігівський обласний інститут післядипломної педагогічної освіти
Завдання другого етапу Всеукраїнської олімпіади з математики
2016-2017 н.р.

11 клас

1. Розв'язати нерівність: $(x^2 - 4)\sqrt{x+1} \geq 0$.
2. В сидячому вагоні поїзда стоять тримісні дивани для пасажирів: 20 рядів по 2 дивани. Костя помітив, що на кожному ряду сидить 3 або 5 людей. Потім Костя порахував на скількох диванах сидить 3 людини і на скількох – одна людина. Знайдіть суму чисел, які порахував Костя.
3. В чотирикутник $ABCD$ вписано коло з центром O . При цьому $\angle AOB = 75^\circ$, $AB = 3$. Знайти площу круга, обмеженого колом, описаним навколо трикутника ABE , де E – точка перетину прямих AD і BC .
4. Про натуральні числа k, p, m, v відомо наступне: k, p, m – геометрична прогресія, $k - 2, p, m, v - 12$ – арифметична прогресія і $m + 18 = v$. Знати m .
5. Клітинки дошки 7×7 пофарбовані в шаховому порядку в жовтий та блакитний колір так, що кути пофарбовані в жовтий колір. Дозволяється перефарбовувати в протилежний колір довільні дві сусідні по стороні клітинки. Чи можна за допомогою таких операцій перефарбувати всю дошку в блакитний колір?

На виконання роботи відводиться 4 години.

Кожна задача оцінюється в 7 балів.

Використання калькуляторів та інших електронних засобів заборонено.

Відповіді та вказівки II етап 2016 рік.

6.1 в п'ятницю о 16^{00} .

6.2 Стаavimo годинники одночасно, а через 7 хвилин починаємо відлік часу. Ще через 4 хвилини перевертаємо годинник на 11 хвилин.

6.3 Вирізаємо 2 квадрати 5×5 вздовж однієї сторони прямокутника, а решту можна розрізати на квадрати з парними сторонами.

6.4 Зможе замовити два персні. Один з кільця за 10 гульденів та каменів за 80 та 90 гульденів, а інший – з решти складових. Їх сумарна вартість $72+126=198$ тисяч гульденів.

6.5 Нехай кількість ніг у дракона дорівнює k , кількість сороканіжок дорівнює x , а кількість драконів y . Тоді $x + 3y = 26$. Очевидно, що $x \leq 7$, бо інакше кількість ніг перевищить 298. З рівняння отримаємо, що $x = 2$ або $x = 5$ (перебір або подільність на 3). При $x = 2$ отримаємо $y = 8$. Ці значення не задовольняють умову, k не є цілим. При $x = 5$ отримаємо $y = 7$. Тоді $40 \cdot 5 + k \cdot 7 = 298$, звідки $k = 14$.

7.1 Див. 6.4. 7.2 Є багато різних способів. В кожному стовпчику сума чисел – 22.

7.3 Добуток двох цілих чисел, одне з яких закінчується цифрою 3, закінчується цифрою 1 лише тоді, коли інше закінчується цифрою 7. Отже, $d = 7$. $1 \leq c \leq 2$, бо інакше добуток був би більше ніж 3000. Значення $c = 1$ не задовольняє умову задачі, бо $127 \cdot 13 = 1651$. Отже $c = 2$. $227 \cdot 13 = 2951$. $a = 9, b = 5, c = 2, d = 7$.

7.4 Є різні розв'язання. Наприклад, трьома зважуваннями впорядковуємо три кавуни за вагою. Найважчий забираємо собі, найлегший – точно не потрібен. А потім четвертий порівнюємо за вагою з середнім за вагою.

7.5 Див. 6.5.

8.1 Див. 7.2. 8.2 Див. 7.3

8.3 Якщо в ряду сидить 3 людини, то вони сидять або $3+0$ або $2+1$. Якщо в ряду сидить 5 людей, то вони сидять $3+2$. В кожному ряду рівно один диван буде порахований Костою. Сума його чисел – 20.

8.4 Зелені подарують синім, а сині – зеленим. Оскільки, загальна кількість чоловічків непарна, то чоловічків одного з кольорів більше, а тому їм не вистачить подарунків від представників протилежного кольору.

8.5 Нехай M – точка перетину прямих CD і AF . $\angle FBC = 60^\circ \Rightarrow \angle ABF = 120^\circ$.
 $AB = BF \Rightarrow \angle BAF = 30^\circ$. $\angle ACD = 45^\circ$. $\angle AMD = 75^\circ$.

9.1 Див. 7.3. 9.2 Див. 8.3.

9.3 $(2; -2; 0)$ Записати у вигляді $(x + y)^2 + (x - 2)^2 + |z| = 0$. Оскільки доданки невід'ємні, то кожен з них дорівнює нулю.

9.4 Ні, бо при таких операціях парність кількості блакитних клітинок не змінюється, а на початку їх було 24 – парна кількість, отже їх не може стати 49 – непарна кількість.

9.5 Див. 8.5.

10.1 $x = 2$, $x = -1$. 10.2 Див. 8.3.

10.3 До знаменників застосувати нерівність $x^2 + y^2 \geq 2xy$.

10.4 Див. 8.5.

10.5 Див. 9.4.

11.1 $x \in \{-1\} \cup [2; +\infty)$ 11.2 Див. 8.3

11.3 $\angle DAB + \angle CBA = 2 \cdot (\angle OAB + \angle OBA) = 210^\circ$. $\angle E = 180^\circ - (\angle EAB + \angle EBA) = 30^\circ$.

$R = \frac{3}{2 \sin 30^\circ} = 3$. $S = 9\pi$.

11.4 Система $km = p^2$, $2p = k - 2 + m$, $2m = p + v - 12$, $m + 18 = v$. Відповідь: $m = 18$.

11.5 Див. 9.4.